16/01/20

ορθογ. οικογ. πολυωνύμων: (συναρτήσεων)

$\int_a^b h(x) \Phi_m(x) \Phi_n(x) dx = 0.$

$f(x) = \sum c_k \Phi_k(x), \ x \in \mathbb{F}$

$c_k = \int_\Delta h(x) f(x) \Phi_k(x) dx.$

Ας θεωρήσουμε τη συνάρτηση $f(x)$ κ'

$\int_0^\infty e^{-sx} f(x) dx$ είναι ένας πραγμ. αριθμός

↓ αν συγκλίνει για κάποιο αριθμό s_0 τότε συγκλίνει $\forall s, \ s_0 \le s$.

$\mathcal{L}[\kappa f + \lambda g](s) = \kappa \mathcal{L}(f)(s) + \lambda \mathcal{L}(g)(s)$

$\mathcal{L}[f^{(n)}](s) = s^n L(f)(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k f^{(n-1-k)}(0)$

$L(f')(s) = s \cdot L(f)(s) - f(0)$

$L[f''](s) = s^2 L(f)(s) - sf(0) - f'(0)$

- $\mathcal{L}[e^{ax}](s) = \dfrac{1}{s-a}$
- $\mathcal{L}[\sin bx](s) = \dfrac{1}{s^2+b^2}$
- $\mathcal{L}[\cos bx](s) = \dfrac{s}{s^2+b^2}$

- $y'' - 2y' - 8y = 0 \quad y(0) = 3, \ y'(0) = 6.$

$\mathcal{L}[y''-2y'-8y](s)=0$

$\Rightarrow \mathcal{L}[y''](s)-2\mathcal{L}[y'](s)-8\mathcal{L}[y](s)=0$

$\Rightarrow s^2\mathcal{L}[y](s)-s\,y(0)-y'(0)]-2[s\mathcal{L}[y](s)-y(0)]$

$-8\mathcal{L}[y](s)=0.$

~~$\mathcal{L}[y](s)$~~

$(s^2-2s-8)\mathcal{L}[y](s)=3\cdot s$

αρα $\mathcal{L}[y](s)=\frac{3s}{s^2-2s-8}$ (1)

$\mathcal{L}[y](s)=\frac{1}{s-2}\Rightarrow e^{2x}$

Αν για συνεχείς συναρτήσεις έχουμε ότι $\mathcal{L}(f)=\mathcal{L}(g)\Rightarrow \boxed{f=g}$

(1) $\Rightarrow \mathcal{L}[y](s)=\frac{2}{s-4}+\frac{1}{s+2}\Rightarrow y(x)=2\cdot e^{4x}+e^{-2x}$